

令和6年度学校教育教員養成課程

(前期日程)

小学校教育専修算数科教育コース

中学校教育専修数学科教育コース

試験科目名 数学

表 紙

解答上の注意

1. 試験開始後、表紙1枚、問題用紙2枚、解答用紙5枚、下書き用紙1枚があるか、確認しなさい。もし、欠落のある場合には挙手して、そのむねを申し出なさい。
2. すべての解答用紙の受験番号欄に、受験番号を忘れずに記入しなさい。
3. 問題は5問あります。5問の中から4問選択し解答しなさい。
解答しない問題の解答欄には大きく×印を付けなさい。
4. 解答は該当する問題番号の解答用紙に書きなさい。解答が解答用紙の表面に書ききれない場合は裏面に続けて記入しなさい。
5. 解答用紙には、解答の結果だけでなく解答の過程も記述しなさい。
6. 試験終了後、解答用紙を回収します。(全5枚)
表紙を含め、問題用紙、下書き用紙は各自持ち帰りなさい。(全4枚)

令和 6 年度学校教育教員養成課程

(前期日程)

小学校教育専修算数科教育コース

中学校教育専修数学科教育コース

試験科目名 数学

問 題 用 紙 全 2 枚 (その 1)

問題 1 (1) x を 0 以上の実数とします。このとき、 $\sqrt{x}$ の定義を述べなさい。また、その定義に基づいて $\sqrt{2024}$ が無理数であることを証明しなさい。

(2) $\sqrt{2024}$ の整数部分を a 、小数部分を b とします。

(i) a 、 b および次の式の値を求めなさい。

$$(a - \sqrt{2024} + 1)(a + \sqrt{2024} + 1)$$

(ii) $\sqrt{255 - \sqrt{2024}} = \sqrt{x} - \sqrt{y}$ を満たすような正の整数 x 、 y を一組求めなさい。

問題 2 a を 0 以上の実数とします。2 次関数 $f(x) = x^2 - 2ax + 2a^2 - 1$ について次の問いに答えなさい。

(1) 2 次関数 $f(x)$ の最小値を a を用いて表しなさい。

(2) x の方程式 $f(x) = 0$ が実数解をもつとします。

(i) $f(x) = 0$ の 2 つの実数解を α 、 β ($\alpha \leq \beta$) とします。ただし、重解のときは $\alpha = \beta$ とします。このとき、 $-1 \leq \alpha \leq 1$ かつ $1 \leq \beta < 2$ であることを示しなさい。

(ii) $f(x) \leq 0$ となるような整数 x の個数を求めなさい。

問題 3 立方体のサイコロがあり、各面には 1 から 6 までの目がかかれています。

まず一回目にサイコロを投げ、出た目が偶数なら $P = 0$ 、出た目が奇数なら $P = -1$ とおきます。

二回目以降にサイコロを投げたとき、出た目が偶数なら P に 1 を足し、出た目が奇数なら P から 1 を引きます。例えば、一回目に 1、二回目に 3、三回目に 4 と目が出たとき、一回目は $P = -1$ 、二回目は $P = -2$ 、三回目は $P = -1$ となります。このとき、次の問いに答えなさい。

(1) 立方体のサイコロ A は、どの目が出ることも同様に確からしいサイコロとします。サイコロ A を三回投げたとき、 P が 0 以上であるという条件のもとで、一回目に出たサイコロの目が 1 である条件付き確率を求めなさい。

(2) 立方体のサイコロ B は、どの目が出ることも同様に確からしいとは限らないサイコロとします。サイコロ B を二回投げたとき、 $P = 0$ または $P = -1$ となる確率の最大値を求めなさい。

令和 6 年度学校教育教員養成課程

(前期日程)

小学校教育専修算数科教育コース

中学校教育専修数学科教育コース

試験科目名 数学

問 題 用 紙 全 2 枚 (その 2)

問題 4 円に内接する四角形 ABCD において、線分 AC と線分 BD の交点を P とします。四角形 ABCD の面積を S とするとき、次の問いに答えなさい。

(1) S を AC, BD, $\angle APD$ を用いて表しなさい。

(2) 角度 α, β を $0^\circ < \alpha < 180^\circ, 0^\circ < \beta < 180^\circ$ を満たす一定の値とします。半径 1 の円に内接する四角形 ABCD で $\angle BAD = \alpha$ かつ $\angle APD = \beta$ を満たすものを考えます。

(i) S を AC, α, β を用いて表しなさい。

(ii) S に最大値が存在するかどうかを調べなさい。

問題 5 (1) n を整数とします。 x, y についての不定方程式 $2024x - 2021y = n$ の整数解をすべて求めなさい。

(2) a を整数, b を正の整数とし, a を b で割ったときの商を q , 余りを r とします。 $r \neq 0$ のとき,
 $q + \frac{1}{\left(\frac{b}{r}\right)}$ を a, b を用いて表しなさい。また, $\frac{2024}{2021} = s + \frac{1}{t + \frac{1}{u + \frac{1}{v}}}$ を満たす正の整数 $s,$

t, u, v を一組求めなさい。