

速度測定玩具「ピースピ」を用いた定量的な力学実験教材の開発

寺島 幸生 自然系（理科）コース
George Mogambi Ongwae 自然系（理科）コース
Suthampang Suparat 自然系（理科）コース

【要約】 速度測定玩具「ピースピ」を用いて，高校物理対象の力学実験教材を開発し，その性能を定量的に検証した。本キットは，簡易な素材および方法で，重力加速度の測定，運動の法則，力学的エネルギー保存則，運動量保存則，振り子の等時性について学習できる。ピースピ本体の測定精度は悪くないが，ピースピを通過する物体の運動状態によって速度を正確に計測できない場合があり，定量的な実験を行う際には，測定方法に十分注意しなければならない。本教材は1つ 6000 円程度で準備でき，既製の実験教材に比べて安価であることから，生徒実験用教材として量産することも可能である。

【キーワード】 速度測定玩具「ピースピ」 高校 物理 力学 実験教材

はじめに

物理学は，実験事実を基礎として体系づけられた学問であり，実験を通して諸現象を理解することが重要である。力学は多くの物理現象を記述するのに必要不可欠であり，基本的な力学実験の多くが高校物理の教科書でも紹介されている。

しかし，授業時数の制約や実験教材の不足等の理由で，教科書に紹介されているすべての力学実験を，生徒実験として行うことは難しい。記録タイマーを用いた実験では，記録テープの解析に時間がかかり，速度を直感的に理解しにくいことが課題である。また，市販の実験装置は，単価が高く，生徒実験用として用意することが難しい。

簡易速度測定器「ピースピ」は，記録タイマーや既製の実験装置に比べて安価で入手できる。また，計測した速度や時間を数値としてデジタル表示することから，結果の解析が容易である。ピースピを用いた力学実験キットを開発して生徒実験に活用することで，これまでの問題点を解決し，力学現象の理解を深めることができると考え，本研究を行った。

これまで，ピースピを生徒実験に用いた実践事例がいくつか紹介されているが，測定精度や誤差要因については議論されていない。本研究では，生徒実験レベルでの定量的な実験の実現を目指して，測定精度および誤差要因を定量的に考察し，測定値を扱う上での留意点を明確にした。

ピースピの機能

「ピースピ」は中村理科工業(株)から定価¥2,310（税込）で販売されている速度測定玩具の商品名である（以後，「ピースピ」と記す）。大きさは約 60×60×50mm で，電源は単4乾電池2本である。通常の時計機能のほか，速度，ラップタイム，積算ラップタイムを測定する機能を有し，それぞれ最大 99.99km/h，99.99sec まで 0.01 間隔で測定可能である。各測定値は本体中央にデジタル表示される。速度測定モードでは，本体内側にある2ヶ所の赤外線センサーを通過する時間差から速度を測定する。ラップタイムおよび積算ラップタイムモードでは，1つの赤外線センサーを通過する時間間隔を測定している。

実験開発

1 重力加速度の測定

小球が自由落下運動をするとき、落下速度 v の2乗は落下距離 h に比例し、

$$v^2 = 2gh \quad (1)$$

となる。図1に示す実験装置を用いて、小球が h 落下したときの速度 v を測定し、重力加速度 g を求めた。透明プラスチックパイプを鉛直に立て、ビースピを取り付けてスタンドに固定した。小球 (19.05mm, 28g) を何度か落として、パイプ内壁に小球が当たらないように、またビースピのセンサーが小球を感知できるように調整した。小球を放す点からビースピのセンサー間中点までの距離 (落下距離) h を9.0cm から30.0cm まで3.0 cm 刻みで変化させ、各距離5回ずつ小球を落として速度を測定し、その平均値 v を最確値とした。

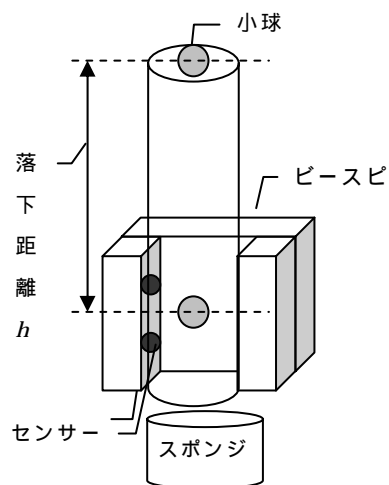


図1 重力加速度測定の実験装置

2 運動の法則

物体に力がはたらくと、その力の向きに加速度が生じる。その大きさ a は力の大きさ F に比例し、物体の質量 m に反比例する。すなわち、

$$a \propto \frac{F}{m} \quad (2)$$

である(運動の法則)。物体が初速度0の等加速度直線運動をするとき、加速度 a は、

$$a = \frac{v^2}{2x} \quad (3)$$

で与えられる。ここで、 v は x 移動後の物体の速度である。図2に示す装置で速度を測定し、(3)式を用いて加速度を求め、運動の法則を検証した。台車(約53g, 木製)とおもりをタコ糸でつなぎ、水平な台の端に取り付けた滑車に通した。台車、タコ糸、ビースピ、滑車が一直線上にくるように、ビースピを設置した。おもりと台車を静かに放し、台車が移動してビースピを通過するときの速度を測定した。おもりの質量を20g~80gまで変えて、それぞれ5回ずつ速度を測定し、その平均値 v を最確値とした。

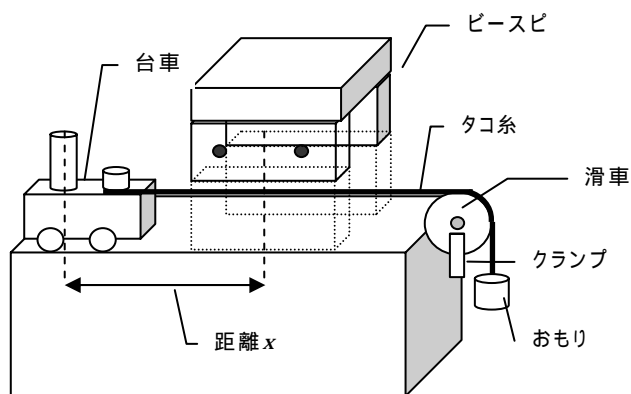


図2 運動の法則を検証する実験装置

また、落下させるおもりの質量を一定(40g)とし、台車に20~120gのおもりをのせて質量を変え、同様に速度を測定して加速度を計算した。

3 力学的エネルギー保存則

(1) 単振り子を利用した場合

基準面から高さ h にある質量 m の物体を静かに落下させるとき、基準面に達した物体の速度を v とすると、力学的エネルギー保存則より、

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 \quad (4)$$

が成り立つ。ここで g は重力加速度である。(4)式を変形して、(1)式と同様に、

$$v^2 = 2gh$$

を得る。 v^2 と $2gh$ の関係を求め、力学的エネルギー保存則を検証した。図3のように、タコ糸 (49.2cm) の一端におもり (20g, 円柱形) を取り付け、他端をスタンドに固定した。おもりの最下点とピースピのセンサー間中点を一致させ、振り子の振動面に沿う方向にピースピを設置した。おもりを持ち上げ、おもりを静かに放して、ピースピを通過させ速度を測定した。目盛付平板を用いて、高さを 3.0cm ~ 18.0cm まで 3.0cm 間隔で変え、各高さ 5 回ずつ振り子を振らせて速度を測定し、その平均値 v を最確値とした。おもりがピースピに接触したときは測定をやり直した。

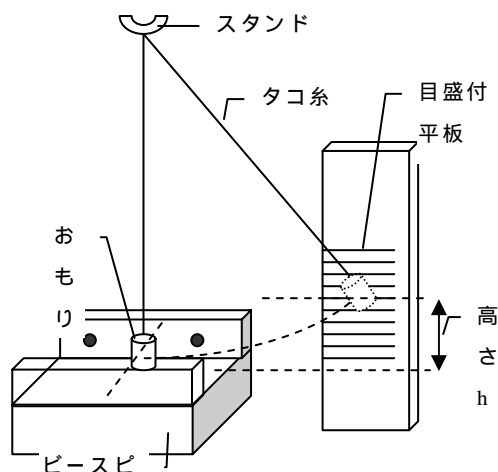


図3 単振り子を利用した力学的エネルギー保存則実験装置。単振り子の等時性を学習する実験でもこの装置を用いる。

(2) 配線カバーによるレールを利用した場合

図4のような、配線カバーで作られた力学的エネルギー保存則実験器を使用した。この実験の場合、小球の回転の影響が無視できない。力学的エネルギー保存則より、

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 \quad (5)$$

である。ここで、 $m, I,$ はそれぞれ小球の質量、慣性モーメント、回転の角速度である。

$$I = \frac{2}{5}m\left(\frac{v}{\omega}\right)^2 \quad (6)$$

を(5)に代入して変形すると、

$$v^2 = \frac{5}{7} \cdot 2gh \quad (7)$$

となる。実験によって v^2 と $2gh$ の関係を求め、力学的エネルギー保存則を検証した。小球 (19.05mm, 28g) をレール上で転がし、最下点での速度をピースピで測定した。小球を放す高さ h を 3.0cm ~ 18.0cm まで 3.0cm 間隔で変化させ、それぞれ 5 回ずつ速度を測定し、その平均値 v を最確値とした。

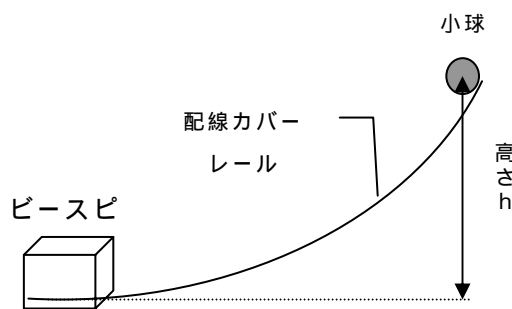


図4 配線カバーレールによる力学的エネルギー保存則実験装置

4 単振り子の等時性

単振り子の周期は、振れ角が小さいとき、振り子の長さ l だけで決まり、

$$T_1 \cong 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \quad (8)$$

で与えられ、振り子の振れ角 θ には依存しない(振り子の等時性)。しかし、 θ が大きくなるにつれてその影響が無視できず、周期は、 θ^2 2 次の項まで考慮して、

$$T_2 \cong 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}\left(1 + \frac{\theta^2}{16}\right)} \quad (9)$$

で近似する。単振り子を利用した力学的エネルギー保存則と同じ装置(図3)を用い、ピースピの積算ラップタイム機能を使用して振り子が 10 回振れる時間を計測した。振り子の長さを変えて、それぞれ 5 回ずつ測定し、その平均値 T を最確値とした。積算ラップタイム機能では、2つのセンサーのうち1つのみ作動し、物体がセンサーを通過するごとに時間を計測する。おもりを放してから、作動センサーを最初に通過するまでの時間および最後に作動センサーを通過してから元の位置に戻るまでの時間は計測していない。計測時間 T から

この時間を補正して振り子の周期 T を求めた。また、おもりを放す高さを 2.5cm, 5.0cm, 10.0cm と変えて振れ角を変化させ、同様に周期を求めた。

5 運動量保存則

物体に外力がはたらかないとき、物体の運動量は保存される。速度 v_A で運動する質量 m_A の小球が、静止している質量 m_B の小球に衝突し、一体となって速度 V で一直線上を運動するとき、運動量保存則より、

$$m_A v_A = (m_A + m_B) V \quad (10)$$

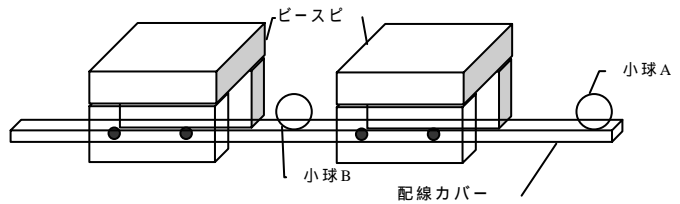


図5 運動量保存則を学習する実験装置

の関係が成り立つ。図5に示す実験装置を用いて小球の速度を測定し、衝突前後の運動量比較から運動量保存則を検証した。配線カバー上に小球Bを置き、その両端にビースピを設置した。一端から小球Aを指ではじき、手前のビースピを通過させて衝突前の速度を計測した後、小球Bに衝突させた。合体したまま2台目のビースピを通過させ、衝突・合体後の速度を計測した。衝突後、2球が離れた場合は衝突をやり直した。小球A, Bの質量を変えて、衝突前後の速度を10回ずつ計測し衝突前後の運動量を計算した。

結果

1 重力加速度の測定

自由落下実験によって得られた速度と落下距離との関係を図6に示す。速度の2乗は、落下距離にほぼ比例していた。その傾きから、 $g=9.69\text{m/s}^2$ が得られた。

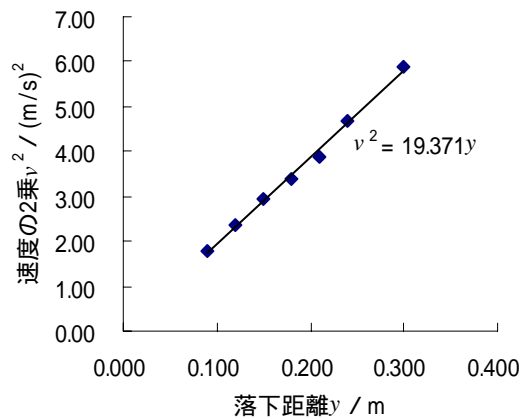


図6 自由落下実験における落下距離と速度(2乗)の関係

2 運動の法則

台車にはたらく力と加速度との関係および台車の質量と加速度との関係をそれぞれ、図7, 図8に示す。台車に生じる加速度は、おおむね台車にはたらく力に比例し、台車の質量に反比例していることを示す結果が得られた。

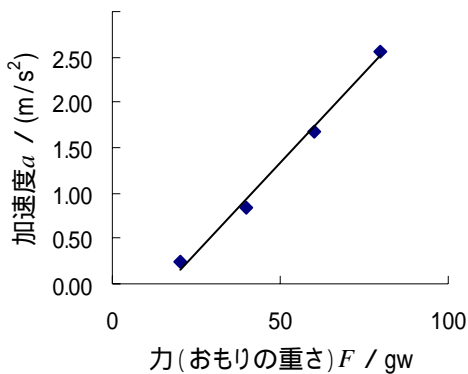


図7 運動の法則を検証する実験で得られた物体にはたらく力と加速度との関係

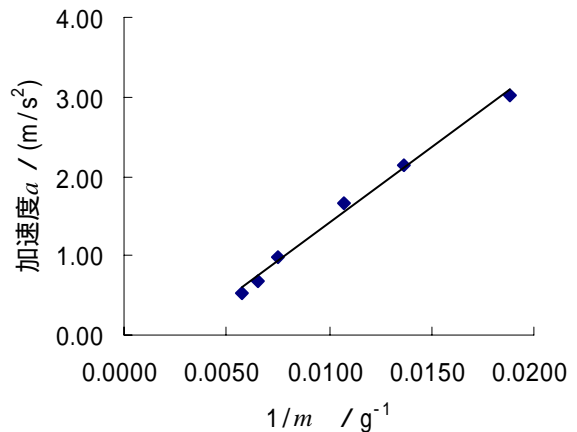


図8 運動の法則を検証する実験で得られた物体の質量(逆数)と加速度との関係

3 力学的エネルギー保存則

各実験装置で得られた速度の2乗と $2gh$ との関係を図9に示す。自由落下運動および単振り子を用いた実験では、 v^2 は $2gh$ に比例しその傾きがそれぞれ0.988, 0.994で、おおむね $v^2 = 2gh$ となっている。一方、配線カバーを用いた実験では、 v^2 と $2gh$ は比例しているが、その傾きは0.487であり、予想される5/7から大きくずれた。

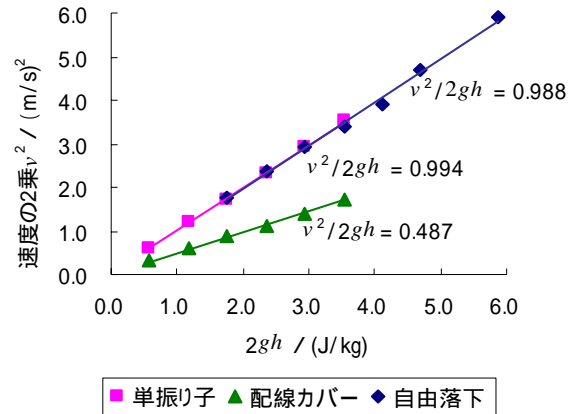


図9 各実験方法による力学的エネルギー保存則の検証結果

4 単振り子の等時性

実験で得られた単振り子の長さ l と周期 T との関係を図10に示す。周期の2乗は振り子の長さ l にほぼ比例していた。その傾きは4.01であり、この値と(8)式を用いると、重力加速度 $g=9.84\text{m/s}^2$ が得られた。

振れ角の周期への影響を示したのが表1である。 T_1, T_2 はそれぞれ、 $g=9.8\text{m/s}^2$ として(8)式,(9)式から計算した周期である。振れ角が大きくなると、実測周期 T は長くなり、 T_1 からのずれが大きくなるが、 T_2 の値にはおおむね一致する結果が得られた。

表1 振り子の振れ角による周期の変化

(度)	18.2	25.8	36.9
実測 T (s)	1.422	1.433	1.447
T_2 (s)	1.428	1.437	1.456
T_1 (s)	1.419		

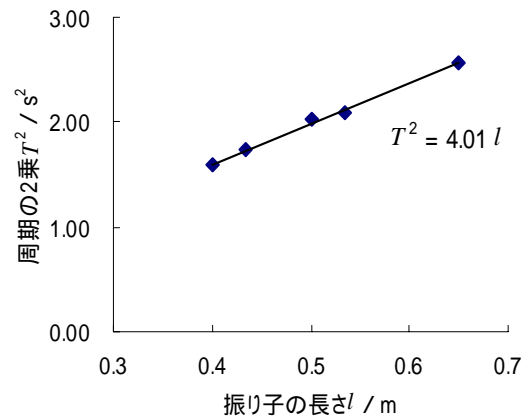


図10 振り子の長さ l と周期(2乗)との関係

5 運動量保存則

実験で得られた衝突前後の運動量間の関係を示したのが図11である。2球の質量比が異なる3つの場合において、衝突前後の運動量比が0.99, 0.96, 0.95であり、おおむね運動量が保存されている結果が得られた。

考察

1 センサーの測定精度

センサーは、物体の通過によって遮断される赤外線強度の減少を感知してスイッチを切り替えていると考えられる。センサー直径分の長さで物体通過時の赤外線の遮断を感知できると仮定して計測時間の精度 t を概算する。センサー直径

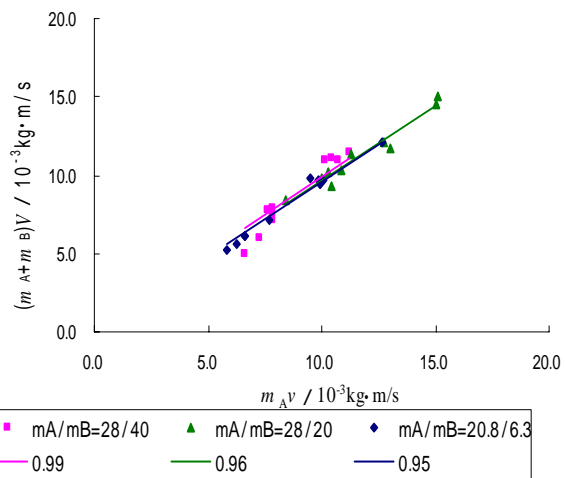


図11 運動量保存則の検証実験から得られた結果

=6.05mm，最大計測速度 $v_{\max}=99.99\text{km/h}$ であるから，

$$\Delta t \approx \frac{\phi}{v_{\max}} \approx 0.0002 \text{ s} \quad (11)$$

となる。この値から，高校での定量実験の範囲では，時間を精度よく計測できることがわかる。実際に，単振り子の等時性の実験で測定した周期の精度は高く，おおむね標準偏差 0.1%以下である。

一方，速度 v は，物体が $d=38.55\text{mm}$ だけ離れた 2 つのセンサーを通過する時間 t から求められる。

速度 v の精度 Δv は，センサーの計測時間の精度 Δt によって決まり，

$$v \pm \Delta v = \frac{d}{t \pm \Delta t} \approx v \left(1 \pm \frac{\Delta t}{t} \right) \quad (12)$$

を得る。ここで， $v=d/t$ である。物体の速度が大きくなると，センサー通過時間が短くなり，速度の精度は悪くなると考えられる。自由落下運動や単振り子を用いて速度を測定した実験では，測定速度 v が大きいとき，その標準偏差 Δv が大きい傾向が見られた。実際の値を表 2 に示す。2m/s 未満の本実験では，標準偏差 Δv は速度の 1% 未満であり，高校生を対象とした定量実験として用いる限り，この影響は無視できると考えられる。

表 2 測定速度の最確値 v と標準偏差 Δv

高さ $h(\text{m})$	単振り子利用		自由落下運動利用	
	$v(\text{m/s})$	$\Delta v(\text{m/s})$	$v(\text{m/s})$	$\Delta v(\text{m/s})$
0.300			2.422	0.012
0.240			2.167	0.011
0.210			1.975	0.008
0.180	1.876	0.016	1.843	0.009
0.150	1.709	0.007	1.714	0.007
0.120	1.526	0.005	1.544	0.008
0.090	1.317	0.009	1.331	0.007
0.060	1.092	0.006		
0.030	0.776	0.003		

2 物体がビースピを斜めに通過する影響

図 12 のように，物体が速度 v ，角度 θ でビースピを通過するとき，ビースピは $v \cos \theta$ を計測して表示する。通過する球または円柱型物体の直径を R とするとき，この物体が幅 $W=39.75\text{mm}$ ，長さ $L=60.05\text{mm}$ のビースピに接触せずに通過するためには， θ は，

$$\cos \theta = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{W-R}{L+R} \right)^2}} \quad (13)$$

で与えられる角度以下でなくてはならない。また，計測された速度は，最大で実際の速度の $\cos \theta$ だけ小さい可能性がある。直径 $R=19.05\text{mm}$ の小球では， $\cos \theta = 0.9674$ であり，単振り子に用いた $R=11.75\text{mm}$ の円柱おもりでは $\cos \theta = 0.9317$ である。このように，物体をビースピに対して斜めに通過させると，実際の速度よりも，数%小さい値が計測されてしまうため，ビースピに対して物体を平行に通過させるよう注意が必要である。

振り子を用いた力学的エネルギー保存則の実験では，目盛付平板を用いて，おもりがビースピを平行に通過するように留意して実験を行った。得られた $v^2 = 0.994 \cdot 2gh$ の結果から，実際の速度にほぼ等しい速度が計測できていると考えられる。一方，自由落下運動による重力加速度の測定実験からは， $v^2 = 0.988 \cdot 2gh$ であり，得られた重力加速度の値は $g=9.69 \text{ m/s}^2$ であった。

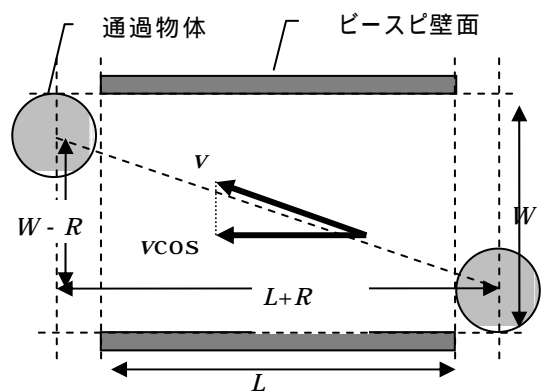


図 12 斜めにビースピを通過する物体の様子

小球は、振り子のように糸で固定されていないため、ピースピを斜めに通過してしまう頻度が高いと考えられる。

3 物体が曲線運動をしてセンサーを通過する影響（単振り子利用時）

単振り子を用いた実験では、**図 13** に示すように、物体はセンサー間を円弧状に運動する。一方、ピースピは、物体がセンサー間を直進運動するとして速度を測定する。この影響を力学的エネルギー保存則にもとづいて考察する。最下点（センサー間中点）での速度を v_0 、ピースピ通過時の速度および振れ角をそれぞれ v 、 θ 、最下点とセンサーとの距離を $d/2$ 、振り子の長さを l とすると、力学的エネルギー保存則より

$$\frac{1}{2}v_0^2 = \frac{1}{2}v^2 + gl(1 - \cos\theta) \quad (14)$$

の関係が成り立つ。ここで l が $d/2$ に比べて十分長いときは $\theta \approx 1$ であるから、

$$\cos\theta \approx 1 - \frac{1}{2}\theta^2 \approx 1 - \frac{d^2}{8l^2} \quad (15)$$

と近似できる。最下点での速度 v_0 に対する実測速度 v は、

$$\frac{v}{v_0} \approx 1 - \frac{d^2}{16hl} \quad (16)$$

である。ここで h ははじめのおもりの高さである。この式から、振り子の長さ l や、はじめのおもりの高さ h が小さくなると、実測速度は最下点での速度に比べて小さく測定されることが考えられる。本実験の場合は、 $h=50.0\text{mm}$ 、 $d=38.55\text{mm}$ 、 $l=500\text{mm}$ を代入すると、 $v/v_0 = 0.996$ となり、求めたい最下点での速度よりも 0.4% 程度小さく測定されたことになる。これは、単振り子を用いた実験で得られた結果、 $v^2 = 0.994 \cdot 2gh$ にほぼ一致している。振り子の長さが半分の $l=250\text{mm}$ になると、 $v/v_0 = 0.881$ となり、 v_0 に比べて 10% 以上も小さい速度が計測されると予想される。精度のよい定量的な実験を行うためには、振り子を長くする必要がある。

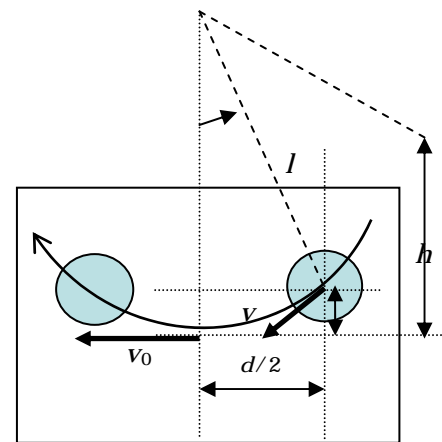


図 13 円弧状にセンサーを通過する物体の様子

4 物体の回転の影響（配線カバー利用時）

配線カバーを用いた力学的エネルギー保存則の実験では、剛体球の回転エネルギーを考慮して、 $v^2 = (5/7) \cdot 2gh$ の関係が予想されたが、得られた結果は $v^2 = 0.487 \cdot 2gh$ であった。

このことから、重心の運動エネルギー、剛体球の回転エネルギー以外のエネルギーまたは非保存力による仕事が運動に関与していると考えられる。配線カバーと球との間の摩擦力が影響する場合、力学的エネルギーは、剛体球が転がる配線カバーの長さに比例して減少する。高低差

高低差(cm)	21.0	21.0
配線カバーの長さ(cm)	182.0	72.0
最下点の時速(km/h)	5.46 ± 0.02	5.45 ± 0.02

が等しく、配線カバーの長さが異なる 2 つのコースを用意し、それぞれ剛体球を転がして最下点での速度を測定した。結果を表 3 に示す。最下点での速度は配線カバーの長さに依存していないことから、配線カバーと球との間の摩擦力によるエネルギー損失は無視できると考えられる。本研究では、このエネルギー損失の原因を特定することはできなかった。このことを含め、剛体の回転を扱わない高校での生徒実験では、配線カバーより単振り子を用いた実験の方が利用しやすいと考えられる。逆に、配線カバーを用いた実験は、課題

研究および発展的学習としての可能性が期待される。

おわりに

本研究では，5つの基本的な力学実験の方法を開発するとともに，ビースピ測定精度や誤差要因の定量化を行った。その結果，ビースピを用いた実験上の注意点が明らかとなり，精度のよい定量的な生徒実験の可能性を見出した。ビースピセンサー自身の精度は高く，速度が大きい範囲では，速度は $\pm 1\%$ ，時間は $\pm 0.1\%$ 程度の誤差範囲で定量実験も可能である。一方，ビースピを通過する物体の角度は，測定の精度に最も大きく影響し，数%の誤差が生じる可能性があるため，物体をできるだけビースピに対して平行に通過させることが必要である。単振り子を利用する場合，短い振り子ほど測定したい速度が測れないため，できるだけ長い振り子を用いるべきである。また，振り子の振れ角が大きい場合は，周期が振れ角に依存するようになる。振れ角は大きくても十数度が限界であると考えられる。質点の力学的エネルギー保存則のみを扱う場合は，剛体の回転の影響が無視できる単振り子を利用すべきである。

今回の実験で用いた実験素材の多くは，ビースピを除いて，100円ショップやホームセンターで入手できるものばかりである。製作費用は1キットあたり6000円程度であり，その大半がビースピ2個分の価格である。本教材は，既製の実験教材に比べて安価で準備できる。教材の性能向上および量産化を実現し，学校現場での実践を通して学習効果を検証していくことが課題である。

本研究にあたり，本田亮准教授をはじめ，松川徳雄教授，栗田高明准教授，武田清准教授から御指導，御助言をいただいた。末尾ではあるが記して感謝する。

文献および WebPage

- 1) 原島鮮,1958. 力学(三訂版).裳華房
- 2) 愛媛県高等学校教育研究会理科部会物理部門編.「物理 実験ノート」
- 3) 浮田裕「小型速度測定器を用いた力学実験」
http://www.hyogo-c.ed.jp/~rikagaku/jimu/kaishi/no_47/ukita.pdf
- 4) 馬目 秀夫 ,1998. 「ビースピの授業への活用」物理教育通信 No.90,91
<http://www6.plala.or.jp/maamu/bi-p1.pdf>
- 6) 檀上慎「ビースピ」を用いた力学的エネルギー保存則の実験」物理授業実践記録
<http://www.shinko-keirin.co.jp/kori/science/buturi/beespi.html>
- 7) 萬處展正 「萬處展正の物理実験集」<http://homepage2.nifty.com/manchan/index.htm>
- 8) 山本明利「ビースピによる速度・加速度測定のノウハウ」
<http://www2.hamajima.co.jp/~tenjin/labo/beespi.pdf>
- 9) *Shinichi TAKAGI*,1999. BeeSpi を使った実験例
http://www.page.sannet.ne.jp/s_takagi/beespi.html