

平成 27 年度  
教科・領域教育専攻自然系コース(数学)  
試験問題表紙

後期  
27. 3. 7

解答上の注意

1. 表紙 1 枚, 問題用紙 2 枚 (数学教育の分野 1 枚, 数学の分野 1 枚), 解答用紙 2 枚があるかどうかを確認のこと。
2. 数学教育の分野または数学の分野のうちから 1 分野を選択し解答すること。
3. 選択した 1 分野を, 解答用紙 1 枚目にある選択受験分野表の分野欄に○印を入れて示すこと。
4. 選択した分野の全ての問題に解答すること。
5. 全ての解答用紙の受験番号欄に受験番号を必ず記入すること。
6. 解答が解答用紙の表面に書ききれない場合は裏面につづけて記入すること。
7. 試験終了後は解答用紙のみを回収するので, 解答用紙以外は持ち帰ること。

[数学教育の分野]

問題 1 次の①～⑤について, 下の問いに答えよ。

① 小学校第6学年の内容の「比例・反比例」

② 中学校第1学年の内容の「比例・反比例」

③ 中学校第2学年の内容の「一次関数」

④ 中学校第3学年の内容の「 $y = ax^2$ 」

⑤ 高等学校数学Iの内容の「二次関数」

(1) 内容の関連を説明せよ。

(2) ①～⑤のうち1つを選び, 単元を指導する手順を説明せよ。

問題 2 次の(1), (2), (3)から2つを選び説明せよ。

(1)  $n$ 進法

(2) 因数分解

(3) ミスコンセプション

[数学の分野]

問題 1  $F(0) = 1, 0 < |x| \leq \frac{1}{2}$  のとき  $F(x) = \frac{\log(1+x)}{x}$  と定義する。以下に述べることを示せ。

(1)  $-\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{1}{2}$  において  $|F(x)|$  には最大値と最小値が存在する。

(2)  $|a_n| \leq \frac{1}{2}$  を満たす実数  $a_n$  に対して  $b_n = \log(1+a_n)$  とおく。このとき、級数  $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$  が収束することと級数  $\sum_{n=1}^{\infty} |b_n|$  が収束することは同値である。

問題 2  $\mathbb{R}^3 \ni \mathbf{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}, \mathbf{y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}$  に対し、 $\mathbf{x} \cdot \mathbf{y} = \sum_{i=1}^3 x_i y_i, \|\mathbf{x}\| = \sqrt{\sum_{i=1}^3 x_i^2}$  と定義する。

このとき、任意の  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^3$  に対し  $\|A\mathbf{x}\| = \|\mathbf{x}\|$  を満たす3次実正方行列  $A$  を考える。

(1)  $A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{3} & \frac{2}{\sqrt{5}} & a \\ \frac{2}{3} & \frac{1}{\sqrt{5}} & b \\ \frac{2}{3} & 0 & c \end{pmatrix}$  のとき、 $a, b, c$  を求めよ。

(2) 行列  $A$  の第  $j$  次列ベクトルを  $\mathbf{a}_j (j = 1, 2, 3)$  とし、 $A = (\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3)$  としたとき、

$$\mathbf{a}_i \cdot \mathbf{a}_j = \begin{cases} 1 & (i = j \text{ のとき}) \\ 0 & (i \neq j \text{ のとき}) \end{cases}$$

が成り立つことを示せ。

(3) 行列  $A$  は必ず 1 又は -1 を固有値として持つことを示せ。