

前期

平成 27 年度
教科・領域教育専攻自然系コース (数学)
試験問題表紙

26. 8.21

解答上の注意

1. 表紙 1 枚, 問題用紙 2 枚 (数学教育の分野 1 枚, 数学の分野 1 枚), 解答用紙 2 枚があるかどうかを確認のこと。
2. 数学教育の分野または数学の分野のうちから 1 分野を選択し解答すること。
3. 選択した 1 分野を, 解答用紙 1 枚目にある選択受験分野表の分野欄に○印を入れて示すこと。
4. 選択した分野の全ての問題に解答すること。
5. 全ての解答用紙の受験番号欄に受験番号を必ず記入すること。
6. 解答が解答用紙の表面に書ききれない場合は裏面につづけて記入すること。
7. 試験終了後は解答用紙のみを回収するので, 解答用紙以外は持ち帰ること。

[数学教育の分野]

問題 1 平方根について、次の問いに答えよ。

- (1) $\sqrt{3}$ が無理数であることを証明せよ。
- (2) 下の図のように長さ1の線分 AB が与えられているとき、長さ $\sqrt{3}$ の線分を作図する方法を説明せよ。



問題 2 次の(1), (2), (3) から2つを選び説明せよ。

- (1) 割合
- (2) 素数
- (3) 素朴概念

[数学の分野]

問題 1 以下に述べることを証明せよ。

(1) 任意の自然数 n に対し、不等式

$$\frac{1}{n+1} < \int_n^{n+1} \frac{1}{x} dx < \frac{1}{n}$$

が成り立つ。

(2) $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n} - \log n > \log\left(\frac{n+1}{n}\right) > 0$ が成り立つ。

(3) $a_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{n} - \log n$ とすると数列 $\{a_n\}$ は単調減少数列である。

(4) $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n > 1 - \log 2$ である。

問題 2 A, B, C, D を 2 次実正方行列とし、それぞれの成分を $a_{ij}, b_{ij}, c_{ij}, d_{ij}$ ($i, j = 1, 2$) と表わすとき、

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & b_{11} & b_{12} \\ a_{21} & a_{22} & b_{21} & b_{22} \\ c_{11} & c_{12} & d_{11} & d_{12} \\ c_{21} & c_{22} & d_{21} & d_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$$

と表記する。次の問いに答えよ。

(1) 次式が成り立つことを示せ。

$$\begin{vmatrix} A & B \\ C & O \end{vmatrix} = |B||C|$$

ここで、左辺の O は 2 次の零行列を表し、 $|A|$ は行列 A の行列式を表す。

(2) 次式が成り立つことを示せ。

$$\begin{vmatrix} A & B \\ B & A \end{vmatrix} = |A+B||A-B|$$